# ETUDE DES PHENOMENES THERMIQUES DANS UN TUBE DE HARTMANN-SPRENGER

# E. BROCHER et C. MARESCA

Institut de Mécanique des Fluides de l'Université de Provence, Marseille, France

#### (Reçu le 3 Juillet 1972)

**Résumé**—En dirigeant un jet de gaz sur l'embouchure d'un tube fermé à son autre extrémité, il est possible de produire un mouvement oscillatoire intense de gaz à l'intérieur du tube. L'énergie mécanique dégradée par le frottement du gaz sur les parois ainsi que par l'irréversibilité des ondes de choc présentes dans l'écoulement provoque un fort échauffement du gaz contenu dans le tube et des parois de celui-ci. Le dispositif est appelé "tube de Hartmann-Sprenger"

Les divers mécanismes d'évacuation de la chaleur ainsi produite sont étudiés. Il est démontré que le mécanisme le plus important est un échange de masse entre le gaz du jet (gaz froid) et celui oscillant dans le tube (gaz chaud). Cet échange de masse se produit dans l'épaisseur de la couche limite à la hauteur du front de contact séparant les deux gaz. La paroi du tube étant balayée alternativement par le gaz chaud et le gaz froid, il se produit également un transfert de chaleur par convection forcée à l'intérieur du tube tout comme dans un échangeur de chaleur du type régénérateur. Un bilan thermique est établi et permet de calculer la température d'équilibre du gaz chaud. Cette température est notablement plus élevée pour les gaz monoatomiques que pour les gaz diatomiques. Les valeurs théoriques de la température d'équilibre sont en bon accord avec les valeurs expérimentales. L'existence d'un nombre de Mach limite de l'écoulement de gaz chaud est mise en évidence.

P\_,

puissance thermique évacuée par

#### NOTATIONS

échange de masse;  $a/a_{0};$ A, Pr. nombre de Prandtl: diamètre hydraulique du tube H.S.; nombre de Reynolds: coefficient de frottement; Re. *Re*\*.  $Dp_a/\mu_{tot_j}/(RT_{tot_j});$ chaleur spécifique; intégrale définie par l'équation (A.4); S. section droite:  $I(M_2),$ fonction définie par l'équation (A.6); T. température statique; paramètre défini par l'équation (10);  $T_{\rm F}$ , température de la paroi du fond du Κ. longueur du tube H.S.; tube: L. profondeur de pénétration du jet dans T, température de récupération du gaz L\_,, chaud: le tube: température d'arrêt; Μ, nombre de Mach:  $T_{tot}$ , température d'arrêt moyenne du gaz nombre de Nusselt;  $T_{tot_2}$ , Nu, chaud; P<sub>2</sub>,  $p_{u}S;$ puissance thermique évacuée par U, $(\gamma - 1)u/2a_{0};$  $P_{\rm cf}$ convection forcée à l'intérieur du célérité du son: a. épaisseur de la paroi du tube; tube: e. fréquence des oscillations;  $P_{\rm fr}$ , puissance mécanique dégradée par f, frottement: h. coefficient de transfert de chaleur: puissance mécanique dégradée au l. distance séparant la section de sortie  $P_{irr}$ , travers des ondes de choc; de la tuyère de l'embouchure du tube;

- $\rho_1 SL$ , masse du gaz contenu dans le m, tube au début de la phase de compression:
- masse transférée au travers du front  $m^*$ . de contact pendant la phase de compression;
- pression statique; р,
- temps; t,
- vitesse du gaz: и.
- abscisse comptée à partir de l'emх. bouchure du tube;
- distance de la paroi du tube; у,

 $\phi_{\rm m}[\gamma, M_2, L/D, Re^*],$  fonction définie par l'équation (7);

 $\phi_{\text{ef}}[\gamma, M_2, L/D, Re^*],$ fonction définie par l'équation (A.3);  $\phi_{irr}[\gamma, M_2],$ 

fonction définie par l'équation (14):  $\phi_{\mathrm{fr}}[\gamma, M_2, L/D, Re^*],$ 

fonction définie par l'équation (A.8);

rapport de la température de réserα, voir du jet à la température d'arrêt du gaz contenu initialement dans le tube:

rapport des chaleurs spécifiques; 7.

 $\delta(x)$ . épaisseur de la couche limite à l'abscisse x:

$$\eta, \quad x/L_p;$$

θ.

- $T_{tot_2}/T_{tot_2};$ viscosité cinématique; v,
- densité. ρ,

# Indices

- conditions ambiantes: a,
- onde de choc incidente: c.i..
- onde de choc réfléchie; c.r.,
- onde de détente incidente; d.i.,
- onde de détente réfléchie: d.r.,
- conditions de sortie du jet: j,
- $1, 2, \dots, 7$ , conditions dans les états  $1, 2, \dots, 7$  de la Fig. 2;
- conditions de référence (conditions 0. de réservoir du jet);
- paroi. p,

# 1. INTRODUCTION

EN DIRIGEANT un jet de gaz sur l'embouchure d'un tube fermé à son autre extrémité, il est possible de produire un mouvement oscillatoire intense de gazà l'intérieur du tube. Ce phénomène a été découvert par Hartmann [1] en 1919 déjà, alors qu'il effectuait des mesures de pression dans un jet supersonique en régime sous-adapté avec un tube de Pitot. Le mouvement oscillatoire du gaz entraîne une émission sonore importante dont la fréquence dominante est voisine de la fréquence acoustique fondamentale du tube (f = a/4L). Hartmann et ses collaborateurs se sont attachés à étudier de manière approfondie les phénomènes acoustiques engendrés par ce dispositif. C'est ainsi que l'on a coutume d'appeler celui-ci: sifflet de Hartmann. Ce n'est que beaucoup plus tard, en 1954, que Sprenger [2] a montré que le mouvement oscillatoire de gaz pouvait provoquer un échauffement considérable de la paroi du tube. Dans certaines expériences réalisées par cet auteur, la température de paroi atteint 1000°C. Sprenger a également montré qu'il est possible d'obtenir un mouvement oscillatoire et un échauffement de la paroi du tube avec un jet d'excitation en régime subsonique ou en régime supersonique adapté. La découverte des effets thermiques a suscité un intérêt nouveau pour le sifflet de Hartmann et de nombreux travaux ont été consacrés à l'étude de deux-ci. Dans son mémoire, Sprenger [2] utilise le terme "tube de résonance" et depuis lors ce terme a été repris par la plupart des auteurs. Cependant, ainsi que nous l'avons montré [3], ce terme est impropre car, même en l'absence de frottement ou d'autres processus dissipatifs, l'amplitude maximale des oscillations atteint une valeur limite bien définie. Lors d'un congrès international [4], nous avons donc proposé de donner au dispositif le nom de "tube de Hartmann-Sprenger" (tube H.S.) et cette proposition a été accueillie favorablement.

L'étude des effets thermiques dans les tubes H.S. est non seulement intéressante sur le plan fondamental mais également sur le plan pratique. Sprenger [5] indique que de graves incidents dans la robinetterie de gaz sous-pression sont imputables à ces effets. Il montre également [2] qu'il est possible d'effectuer une "séparation de température" c'est-à-dire de produire du gaz chaud et du gaz froid à partir d'un gaz de température moyenne. Une autre application du tube H.S. consisterait à produire à l'intérieur du tube un écoulement oscillatoire de plasma à 3000°K, adéquat pour la conversion d'énergie par voie magnétohydrodynamique [6].

Le présent mémoire a pour objet de rendre compte des travaux théoriques et expérimentaux que nous avons effectués sur les effets thermiques dans les tubes H.S. à l'Institut de Mécanique des Fluides de Marseille au cours de ces trois dernières années.

# 2. FONCTIONNEMENT DU TUBE H.S.

Pour aborder l'analyse des phénomènes thermiques, il est essentiel de connaître l'écoulement non visqueux dans un tube H.S. Nous avons publié plusieurs mémoires [3, 7, 8] sur ce sujet et nous nous bornerons ici à rappeler les caractéristiques les plus importantes de l'écoulement.

Celui-ci peut être divisé en 2 phases (Fig. 1). Dans une première phase, le jet pénètre dans le tube et comprime le gaz s'y trouvant. Dans une deuxième phase, le tube se vide et le jet est repoussé loin de l'embouchure.

Il est avantageux de représenter l'écoulement instationnaire se produisant à l'intérieur du tube



Fig. 1. Phases de l'écoulement dans un tube H.S. (a) Première phase: pénétration du jet dans le tube. (b) Deuxième phase: vidange du tube.

dans le diagramme temps-distance et dans le diagramme vitesse du gaz-célérite du son. Sur la Fig. 2, nous avons schématisé un cycle d'oscil-



FIG. 2. Diagramme temps-distance simplifié. o.c.i., onde de compression incidente o.c.r., onde de compression réfléchie o.d.i., onde de détente incidente o.d.r., onde de détente réfléchie f.c., front de contact.

lations dans le diagramme temps-distance. Le cycle se compose d'une onde de choc incidente (o.c.i.), d'une onde de choc réfléchie (o.c.r.), d'une onde de détente incidente (o.d.i.) et d'une onde de détente réfléchie (o.d.r.). Notons que c'est l'onde de choc réfléchie qui repousse le jet loin de l'embouchure, initiant ainsi la phase de vidange du tube. Nous avons également indiqué sur la figure le front de contact (f.c.) entre le gaz du jet et celui contenu dans le tube. En première analyse, on peut considérer que la pression, la température et la vitesse sont uniformes dans les régions de l'écoulement numérotées de 1 à 7. Nous avons démontré que si la condition nécessaire à l'amorçage et à l'entretien des oscillations est satisfaite [7], l'amplitude des oscillations tend vers une valeur limite pour

laquelle la pression derrière l'onde de choc incidente est juste égale à la pression ambiante [3]. Sur la Fig. 3, nous avons repésenté dans un diagramme vitesse du gaz-célérité du son le cycle d'oscillations lorsque l'amplitude limite



est atteinte. Les ondes de compression et de détente (supposées isentropiques) sont régies par les invariants de Riemann

$$\frac{2}{\gamma - 1}a \pm u = \text{cst.}$$

En introduisant les coordonnées sans dimensions

$$U = \frac{\gamma - 1}{2} \frac{u}{a_0}$$
$$A = \frac{a}{a_0}$$

ces invariants sont représentés par des lignes droites dont la pente est  $\pm 1$  dans le diagramme

A-U. Pour le cycle limite la vitesse dans le champ 2 est égale à la vitesse du jet, c'est-à-dire que le jet pénètre librement dans le tube. Le jet est donc complètement absorbé par le tube pendant la phase de compression. Le mécanisme des oscillations n'est pas sensiblement modifié par les irréversibilités (frottement, chocs) se produisant dans l'écoulement réel. Ainsi, l'amplitude des oscillations est toujours déterminée par le fait que lorsque le cycle limite est atteint, la pression minimale du cycle s'ajuste de manière telle que la pression derrière le choc incident soit juste égale à la pression ambiante. Cette condition permet de calculer immédiatement l'amplitude des oscillations lorsque le jet d'excitation est en régime supersonique adapté et/ou lorsque la température du gaz contenu dans le tube est différente de celle du jet [3].

#### 3. ANALYSE DES TRAVAUX ANTERIEURS SUR LES EFFETS THERMIQUES

Inspirés par la découverte de Sprenger [2], de nombreux auteurs [9–17] ont cherché à expliquer les effets thermiques observés dans les tubes H.S.

La première question qui se pose, est de savoir quels sont le ou les mécanismes engendrant l'élévation de température. La plupart des auteurs [9–16] suggèrent que l'échauffement du tube est dû principalement à la dissipation d'une fraction de l'énergie mécanique du jet par l'irréversibilité des ondes de choc présentes dans l'écoulement. Reynolds [17], par contre, attribue la dissipation à la turbulence de l'écoulement à l'intérieur du tube. En réalité, nous verrons par la suite que les deux mécanismes de dissipation, c'est-à-dire l'irréversibilité des ondes de choc et le frottement à l'intérieur du tube, jouent un rôle dans l'élévation de température. Leur importance relative dépend essentiellement du nombre de Mach du jet d'excitation, du rapport L/D et d'un nombre de Reynolds  $Re^*$  défini plus loin.

La deuxième question est de savoir quels sont les mécanismes qui limitent l'élévation de température. Plusieurs auteurs [9, 13, 15, 16] suggèrent que la chaleur dissipée est transférée aux parois du tube par convection forcée et que cette chaleur est ensuite évacuée dans l'atmosphère par rayonnement et convection naturelle autour du tube. Ils calculent la quantité d'énergie dégradée par l'irréversibilité des chocs et la comparent avec la chaleur évacuée. Le résultat de cette comparaison est relativement bon [15], médiocre [9, 13] ou franchement mauvais [16]. Ces divergences sont dues au fait que la quantité d'énergie dissipée dans une onde de choc dépend surtout du rapport des pressions  $p_s/p_1$  et non pas de la différence de pression  $(p_5-p_1)$ . Or, la mesure des oscillations de pression avec un capteur piézoélectrique ne permet en général pas, à elle seule, de déterminer le niveau de pression absolu à cause de la dérive des appareils électroniques. Les auteurs mentionnés n'étaient donc pas en mesure de calculer les irréversibilités dues aux chocs avec certitude d'après leurs essais ainsi que certains d'entre eux l'ont euxmêmes constaté [9]. Par ailleurs, nous verrons que dans la plupart des cas, l'évacuation de chaleur par rayonnement et convection naturelle joue un rôle mineur dans le bilan thermique du tube.

Un autre mécanisme pouvant limiter l'élévation de température est celui proposé par Wilson et Resler [12]. Le schéma de l'écoulement dans un tube H.S. présenté dans la Fig. 2 est très simplifié; en réalité, le passage de la phase de détente à la phase de compression ne se fait pas de manière instantanée, et il se forme un train d'ondes de compression à l'entrée du tube. Ce train d'ondes parcourt une certaine distance avant de former un choc. Wilson et Resler one montré que cette distance de formation augmente avec la température du gaz. Ainsi, pour autant que la dissipation d'énergie soit due principalement aux ondes de choc, la température limite sera atteinte lorsque le train d'ondes n'aura plus le temps de former un choc à l'intérieur du tube. Cependant, ce mécanisme n'est important que dans la détermination de la température atteinte en fond de tube; nous traiterons cette question dans un autre mémoire. Notons que Wilson et Resler n'ont pu confronter

leur résultat théorique avec l'expérience, ces auteurs n'ayant pas une idée suffisamment précise de l'écoulement dans le tube.

Shapiro [14] s'est attaqué au problème de la formation d'un choc dans un gaz avec gradient de température. Ce cas est en principe plus proche de la réalité que celui étudié par Wilson et Resler pour lequel le gradient est supposé nul. Cependant, la théorie de Shapiro conduit à une estimation de l'élévation de température beaucoup plus importante que celle qui est observée.

# 4. EXPERIENCES PRELIMINAIRES

Les divers mécanismes d'évacuation de la chaleur produite par la dégradation d'énergie mécanique sont fort nombreux et il est judicieux de procéder à des expériences permettant de juger lesquels d'entre eux jouent un rôle prépondérant. L'examen des résultats expérimentaux permet alors d'établir une analyse grandement simplifiée des effets thermiques conduisant à des valeurs théoriques en bon accord avec l'expérience.

#### 4.1 Montages expérimentaux

Les expériences qui vont être décrites ont été réalisées sur deux tubes, l'un de grandes dimensions (tube n° 1) et l'autre de dimensions réduites (tube n° 2).

Pour le tube n° 1 (Fig. 4), un compresseur alimente une série de bouteilles B d'air comprimé qui sont mises en communication avec le tuyau d'arrivée à la tuyère T par l'intermédiaire d'une capacité C. Une électrovanne E.V. est commandée par la vanne à ouverture rapide  $V_1$ . Un détendeur Dt permet de régler la pression génératrice entre 1 et 15 bars. La vanne  $V_2$ permet un réglage fin du débit d'air dans la canalisation. La tuyère T, de section carrée est facilement interchangeable; sa section d'entrée est un carré de 60 × 60 mm<sup>2</sup>. Le tube H.S. est prismatique, d'une longueur interne de 1200 mm; sa section droite est un carré de 36 × 36 mm<sup>2</sup>. Le rapport L/D est alors identique



FIG. 4. Montage expérimental (tube nº 1).

à celui donné par Sprenger [2] pour l'obtention des effets thermiques les plus importants. Un système de cales et de roulements à billes permet de faire glisser le tube sur son support et ainsi de faire varier la distance l séparant la sortie de tuyère de l'embouchure du tube.

Pour le tube n° 2 (Fig. 5) l'alimentation du jet est faite à l'aide d'une bouteille B de gaz comprimé. Le gaz passe par un détendeur Dt qui permet de régler la pression génératrice mesurée par un manomètre M dans la capacité C. La tuyère T ainsi que le tube H.S. ont une section circulaire. La tuyère est interchangeable. La longueur du tube est de 100 mm. Il est disposé dans une enceinte cylindrique E où l'on peut faire le vide afin d'éliminer la convection naturelle autour du tube. L'ensemble capacité-tuyère et l'ensemble tube-enceinte sont montés coaxialement sur un ban d'optique BO ce qui permet de faire varier aisément *l*.

#### 4.2 Mesure de température

Nous avons effectué de nombreuses mesures de température à l'aide de thermocouples placés en paroi du tube afin de déterminer l'influence de divers paramètres et facteurs.



FIG. 5. Montage expérimental (tube n° 2).

(a) Influence de paramètres géométriques. D'une manière générale, on peut dire que les effets thermiques les plus importants sont observés pour des conditions géométriques semblables à celles requises pour l'obtention d'une amplitude d'oscillation de pression optimale [3, 7].

Dans toutes nos expériences, le jet d'excitation est en régime subsonique ou supersonique adapté. Dans ce cas, l'influence de la distance lséparant la section de sortie de la tuyère de l'embouchure du tube est beacoup moins importante que dans le cas où le jet d'excitation est en régime supersonique sous-adapté [2]. Pour les jets subsoniques, les effets thermiques passent par un maximum pour une valeur de l/D légèrement supérieure à 1. Pour un jet supersonique à Mach 2 ce maximum est observé à  $l/D \approx 2$ lorsque le gaz est diatomique et à  $l/D \approx 3$ lorsque le gaz est monoatomique.

Les températures en fond de tube sont fonction croissante du rapport L/D et atteignent une valeur sensiblement constante pour L/D > 30(Fig. 6).

Le rapport de la section droite  $S_j$  du jet à celle de l'embouchure S du tube doit être compris entre 0,7 et 1 pour obtenir les effets thermiques les plus importants.

(b) Influence de la rugosité de la paroi interne

du tube. Pour les tubes de petites dimensions, cette rugosité joue un rôle non négligeable [18]. L'élévation de température observée est légèrement supérieure pour un tube à paroi rugueuse que pour un tube à paroi lisse.

(c) Influence du nombre de Mach du jet d'excitation. Dans la Fig. 7, nous avons porté la distri-



FIG. 7. Influence du nombre de Mach du jet d'excitation sur la distribution des températures de la paroi d'un tube en fer (tube n° 1;  $S_i/S = 0.74$ ,  $T_0 = 298^{\circ}$ K; air).



FIG. 6. Influence du rapport L/D sur la température de paroi en fond de tube (tube n°2;  $S_i/S = 1$ ,  $T_0 = 293^{\circ}$ K,  $M_i = 0.96$ ).

bution des températures le long d'un tube H.S. pour divers nombres de Mach du jet d'excitation  $M_j$ . Les températures sont fonction croissant de  $M_j$ . Il faut surtout remarquer que lorsque  $M_j$  passe de 0,53 à 0,96, l'accroissement de température à x/L = 0,6 n'est que de 30° alors qu'il est de 160° en fond de tube.

(d) Influence de l'isolation thermique du tube. La convection naturelle et le rayonnement autour de la paroi extérieure du tube sont deux mécanismes d'évacuation de chaleur qu'il est aisé de réduire dans des proportions importantes. Dans une série d'expériences réalisées avec un tube H.S. de grandes dimensions, le tube était isolé par un épais manchon de laine de verre.

Dans la Fig. 8, nous avons porté, à titre



FIG. 8. Influence de l'isolation thermique externe du tube sur la distribution des températures à la paroi d'un tube en fer (tube n° 1;  $S_i/S = 0.74$ ; l/D = 2.4;  $T_0 = 2.98^{\circ}$ K; air  $M_i = 2$ ).

d'exemple, la distribution longitudinale de température pour un jet d'excitation en régime supersonique. On constate que l'isolation extérieure est efficace seulement en fond de tube où elle permet un accroissement supplémentaire de température de 120°C. Dans une autre série d'expériences, réalisées avec le tube n° 2, l'isolation thermique extérieure n'avait également d'effet important que sur les températures en fond de tube.

En raison du gradient longitudinal de température, il existe un flux de chaleur le long de la paroi du tube. Ce flux peut être réduit en diminuant l'épaisseur de cette paroi et/ou en choisissant un matériau dont la conductibilité thermique est faible. Dans la Fig. 9, les résultats de deux



FIG. 9. Influence de la conduction longitudinale de chaleur dans les parois du tube (tube n° 2;  $S_j/S = 1$ ,  $T_0 = 293^{\circ}$ K, Hélium,  $M_i = 0.96$ ).

expériences sont confrontés. Dans la première, le tube était en fer et l'épaisseur de sa paroi était de 5/10 mm. Dans la seconde, le tube était en platine et l'épaisseur de sa paroi n'était que de 1/10 mm. On voit que la réduction du flux longitudinal permet d'augmenter sensiblement la température du fond du tube.

On peut supposer que le transfert du gaz à la paroi interne du tube puisse être considérablement réduit si cette paroi est constituée par un bon isolant. Des expériences ont donc été réalisées avec divers matériaux, le bois notamment. Dans la Fig. 10, on confronte les températures mesurées avec un tube en bois et un tube en fer. On constate que l'accroissement de température dû à la nature isolante du bois est considérable en fond de tube (250°K) mais faible jusqu'à  $x/L \approx 0.6$ .



FIG. 10. Influence de l'isolation thermique de la paroi interne du tube (tube n° 1;  $S_i/S = 0.74$ ,  $T_0 = 293^{\circ}$ K, air,  $M_i = 0.84$ ).



FIG. 11. Influence de la nature du gaz sur les effets thermiques (tube n° 2;  $S_i/S = 0.70$ ,  $T_0 = 298^{\circ}$ K,  $M_i = 0.96$ ).

(e) Influence de la nature du gaz. Pour certaines applications [6, 19], il faut considérer l'emploi d'autres gaz que l'air. En utilisant de l'hydrogène, Phillips et Pavli [19] ont mesuré une élévation de température plus forte que celle obtenue avec de l'azote. Nous avons procédé à des essais en vue de déterminer l'influence du rapport des chaleurs spécifiques y et de la masse moléculaire du gaz. La Fig. 11 montre les températures enregistrées pour un tube excité par les gaz suivants: hélium, argon, air et oxygène. On voit que les gaz monoatomiques engendrent une élévation de température beaucoup plus importante que ne le font les gaz diatomiques. L'influence de la masse moléculaire du gaz utilisé est faible jusqu'à x/L = 0.5 mais peut être très importante en fond de tube.

# 4.3 Enregistrements au film chaud

Des enregistrements ont été effectués à l'aide de jauges à film chaud montées en paroi du tube.



FIG. 12. Enregistrement au film chaud en paroi du tube (tube n° 1;  $M_i = 2$ ).

Le film dont l'épaisseur est de l'ordre du micron, est constitué par un dépôt de platine monté sur un support en pyrex. A titre d'exemple, l'enregistrement obtenu pour un nombre de Mach supersonique est représenté sur la Fig. 12. Dans le fond du tube l'allure de la variation de la température est identique à celle de la variation de pression [3].

Dans la partie médiane du tube (x/L = 0,5), on voit l'arrivée du choc incident marqué par un saut de température AB, un court palier BC qui correspond au passage du gaz chaud (état 2, Fig. 2) sur la jauge, un refroidissement CD dû au passage du gaz froid du jet (état 3), puis l'arrivée du choc réfléchi marqué par le saut de température DE suivie du refroidissement FG qui a pour origine la détente qui ramène la température de la paroi à sa valeur dans l'état 1.

# 4.4 Mesure de l'échange de masse entre le gaz du jet d'excitation et le gaz oscillant dans le tube

Ainsi que nous l'expliquerons dans le paragraphe 5.1, il se produit un échange de masse au travers du front de contact séparant le gaz du jet d'excitation et le gaz oscillant dans le tube. Cet échange de masse peut être mis en évidence en excitant un tube H.S. initialement rempli d'air avec un jet d'hélium et en suivant l'évolution en fonction du temps de la fréquence des oscillations dans le tube [20]. En effet, la célérité du son dans l'Hélium est notablement plus élevée que dans l'air. Ainsi, au fur et à mesure qui l'air contenu dans le tube est remplacé par de l'Hélium, la fréquence des oscillations augmente.

Pour réaliser cette expérience, le tube est mis brusquement en fonctionnement par l'ouverture d'un obturateur. La fréquence des oscillations est mesurée en envoyant sur un oscilloscope à deux traces le signal d'un capteur piézoélectrique monté en fond de tube. Dans la Fig. 13, on voit sur la trace supérieure l'amorçage des oscillations au moment de l'ouverture de l'obturateur et l'accroissement de la fréquence de celles-ci avec le temps. La trace inférieux représente une exploration d'une partie déterminée de la trace supérieure, et permet une mesure plus précise de la variation de fréquence en fonction du temps. La méthode de dépouillement de cet essai est décrite dans un autre mémoire [21].

#### 5. THEORIE

# 5.1 Introduction

A la lumière des résultats expérimentaux exposés ci-dessus, il est possible de faire les constatations suivantes:

(a) l'isolation thermique a peu d'influence sur l'élévation de température de paroi dans la région comprise entre 0 < x/L < 0.6.

(b) Il existe un échange de masse relativement important entre le gaz du jet et le gaz oscillant dans le tube.

Cela signifie, d'une part, que l'évacuation de chaleur par convection naturelle et rayonnement autour du tube joue un rôle mineur dans la région proche de l'embouchure et que, d'autre part, l'échange de masse peut constituer un mécanisme important d'évacuation de chaleur [22].

L'énergie mécanique dégradée par le frottement sur les parois et par l'irréversibilité des ondes de choc provoque l'échauffement du gaz oscillant dans le tube. Lorsque l'équilibre thermique est atteint, la chaleur ainsi produite à chaque cycle doit être évacuée soit par les parois du tube, soit par le gaz froid du jet qui pénètre dans le tube. Or, il est aisé de démontrer qu'en général la quantité de chaleur évacuée par convection naturelle et ravonnement autour de la paroi externe du tube n'est qu'un faible pourcentage de l'énergie mécanique dégradée [22]. Ainsi, pour établir un bilan thermique du gaz chaud, il suffira de considérer l'évacuation de chaleur par convection forcée sur la paroi interne du tube et par échange de masse entre le gaz chaud et le gaz froid.

La température du gaz chaud n'est certainement pas uniforme. En effet, si l'amplitude des oscillations de pression, et par conséquent l'intensité des ondes de choc, est sensiblement constante le long du tube, l'amplitude du mouvement oscillatoire est fonction décroissante de l'abscisse et devient nulle en fond du tube. Il s'en suit que l'irréversibilité des ondes de choc produit un échauffement uniforme du gaz (si la longueur de formation de l'onde de choc est faible par rapport à la longueur du tube), mais



Fig. 13. Evolution de la fréquence des oscillations mettant en évidence l'échange de masse (tube n° 2;  $M_J=0.96$ ) Gaz contenu initialement dans le tube: air Gas du jet d'excitation: Hélium.

1

que l'importance du frottement et de la convection forcée varie avec l'abscisse. Un calcul exact de la répartition de température du gaz chaud se heurte à des difficultés considérables. Le bilan thermique global du gaz chaud, que nous allons établir dans ce chapitre, permet cependant de déterminer la température moyenne de ce gaz avec une bonne précision.

#### 5.2 Echange de masse

Lors de la pénétration du jet dans le tube une certaine masse de gaz chaud  $m^*$  passe au travers du front de contact dans l'épaisseur de la couche limite. Ce phénomène est analogue à celui observé sur les tubes à chocs [23]. Lors de la phase d'évacuation du tube, c'est une masse égale de gaz froid qui passe au travers de la surface de contact et se mélange au gaz chaud. Ces deux processus sont aisément compris lorsqu'on les visualise dans un système de coordonnées fixé au front de contact. En effet, dans ce système, la couche limite a l'allure montrée par la Fig. 14. Si la détermination



FIG. 14. Profils de couche limite dans un système de coordonnées fixé au front de contact.

(a) lors de la phase de compression.(b) lors de la phase de vidange.

théorique de  $m^*$  s'avère aisée moyennant certaines hypothèses, sa vérification expérimentale est plus difficile [21]. Pour les conditions des expériences rapportées plus haut, les nombres de Reynolds sont élevés et l'écoulement est turbulent. L'étude théorique de la couche limite dans un tube H.S. est complexe car l'écoulement est instationnaire. Cependant il est raisonnable de penser qu'à chaque cycle lors de la phase de compression, une couche limite s'établit à partir de l'embouchure. Si nous supposons que cette couche limite se développe comme sur une plaque plane en écoulement turbulent stationnaire, le profil des vitesses est alors donné par:

$$\frac{u}{u_2} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^+ \tag{1}$$

où y représente la distance de la paroi du tube et  $\delta$  l'épaisseur de la couche limite à l'abscisse x, c'est-à-dire:

$$\delta(x) = 0.37x \left(\frac{u_2 x}{v_2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$
(2)

Avec ce modèle simplifié, le pourcentage de masse de gaz chaud qui passe au travers du front de contact dans l'épaisseur de la couche limite s'écrit [21]:

$$\frac{n^*}{m} = 0,103 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \left(\frac{L_p}{L}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{L}{D}\right)^{\frac{4}{3}} (Re_2)^{-\frac{4}{3}} \times \left[1 - 0,137 \left(\frac{L_p}{L}\right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{L}{D}\right)^{\frac{4}{3}} (Re_2)^{-\frac{4}{3}}\right]$$
(3)

où  $Re_2 = u_2 D/v_2 \cong (\sqrt{\gamma}) M_2 Re^*$ . Le rapport  $m^*/m$  est une fonction du nombre de Mach  $M_2$  de l'écoulement dans l'état 2 (Fig. 2). En effet, le rapport  $\rho_2/\rho_1$  est donné par les relations d'Hugoniot. De plus, la profondeur de pénétration  $L_n$  s'écrit:

$$\frac{L_p}{L} = \frac{\frac{a_2}{u_{\rm ci}} + \frac{a_2}{u_{\rm cr}}}{\frac{1}{M_2} + \frac{a_2}{u_{\rm cr}}}.$$
 (4)

Les équations d'Hugoniot permettent également d'exprimer les rapports  $a_2/u_{ci}$  et  $a_2/u_{cr}$  en fonction de  $M_2$  et donc de calculer  $L_p/L$  en fonction de  $M_2$ . Le résultat de ces calculs est présenté dans la Fig. 15; ceux-ci ont été effectués pour  $\gamma = \frac{7}{5}$  et  $\frac{5}{3}$ , mais la différence entre les valeurs obtenues est si petite qu'une courbe unique a été tracée. On remarque que la profondeur de



FIG. 15. Profondeur de pénétration du jet dans le tube.

pénétration croît rapidement avec  $M_2$  et cela permet de mieux comprendre l'importance de l'évacuation de chaleur par échange de masse et par convection forcée à intérieur du tube.

Signalons enfin que les valeurs théoriques de  $m^*/m$  données par l'équation (3) sont en bon accord avec les valeurs expérimentales [21].

# 5.3 Energie transmise du gaz chaud au gaz froid par échange de masse

La masse du fluide  $m^*$  de gaz chaud passant au travers du front de contact emporte avec elle une enthalpie égale à  $m^*C_pT_{tot_2}$ , où  $T_{tot_2}$  représente la température d'arrêt moyenne du gaz chaud. Au cours de la détente, une masse égale de gaz froid se substitue à celle précédemment cédée, apportant une enthalpie égale à  $m^*C_pT_{tot_j}$ . Ainsi la quantité de chaleur  $Q_m$  perdue par le gaz chaud au cours d'un cycle s'écrit:

$$Q_m = m^* C_p (T_{\text{tot}_2} - T_{\text{tot}_1}).$$
 (5)

En notant que la période des oscillations est sensiblement égale à  $4L/a_2$ , l'énergie  $P_m$  évacuée

par unité de temps s'écrit:  $P_m \cong Q_m a_2/4L$ . En rapportant  $P_m$  à la puissance mécanique maximale  $P_2$  transmissible, par compression, du gaz du jet au gaz contenu dans le tube, il vient:

$$\frac{P_m}{P_2} = \phi_m[\gamma, M_2, L/D, Re^*] \left(\frac{\theta - 1}{\theta}\right)$$
(6)  
où  $\theta = T_{\text{tot}_2}/T_{\text{tot}_i}$  et

$$\phi_{m} = \frac{1}{4} \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) \left( \frac{m^{*}}{m} \right) \left( \frac{\rho_{1}}{\rho_{2}} \right) \\ \times \left( \frac{1 + \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M_{2}^{2}}{M_{2}} \right), \quad (7)$$

 $(m^*/m)$  étant donné par l'équation (3).

# 5.4 Transfert de chaleur par convection forcée à l'intérieur du tube

Pour  $M_2 > 0.4$ , lorsque le cycle limite est atteint, le gaz du jet pénètre profondément dans le tube (Fig. 15). Jusqu'à la profondeur de pénétration L, la paroi du tube est balayée alternativement par le gaz chaud de la cavité et par le gaz froid du jet. A une abscisse donnée, la paroi reçoit une certaine quantité de chaleur du gaz chaud et restitue celle-ci au gaz froid lorsque l'équilibre thermique de la paroi est atteint, la conduction de chaleur le long de la paroi jouant un rôle mineur. Il faut noter que la quasi-totalité de cette quantité de chaleur ne traverse pas la paroi de part en part et que l'isolation thermique externe du tube ne diminue donc en rien l'importance de ce mécanisme d'évacuation de chaleur. La paroi agit comme une capacité thermique, tout comme dans les échangeurs par régénération.

Pour déterminer avec précision le transfert de chaleur du gaz chaud à la paroi par convection forcée, il serait nécessaire de connaître le développement exact de la couche limite dans ce gaz. Ainsi que nous l'avons déjà écrit plus haut, le calcul de cette couche limite serait fort complexe et il est préférable de tenter d'appliquer des relations connues, moyennant certaines hypothèses. Contrairement à ce qui se passe dans un tube à choc où le gaz est au repos avant le passage de l'onde de choc et où la couche limite prend naissance au pied du choc, celle-ci existe déjà avant le passage du choc, cela à cause du caractère oscillant de l'écoulement du gaz chaud. Nous ferons donc l'hypothèse que le transfert de chaleur est sensiblement égal à celui d'un écoulement permanent complètement développé. Cette hypothèse mène à des résultats théoriques en bon accord avec l'expérience [24].

Soient  $T_p(x)$  la température de la paroi à l'abscisse x,  $T_r$  la température de récupération du gaz chaud et  $h_2$  le coefficient de transfert de chaleur à la paroi. Pendant les temps  $(t_2 - t_1)$  et  $(t_4 - t_3)$  (voir Fig. 2), le gaz chaud cède à la surface  $\pi D dx$  du tube la quantité de chaleur  $dQ_{ef}$ :

$$dQ_{cf} = [h_2(t_2 - t_1) + h_7(t_4 - t_3)] \\ \times [T_r - T_p(x)] \pi D \, dx.$$

Nous supposerons  $h_2 \approx h_7$  et  $(t_2 - t_1) \approx (t_4 - t_3)$ . Pendant une période, la quantité de chaleur cédée par le gaz chaud à la paroi s'écrit alors:

$$Q_{\rm cf} \cong 2\pi D h_2 \int_0^{L_p} \left[ T_r - T_p(x) \right] (t_2 - t_1) \, \mathrm{d}x.$$
 (8)

En notant que  $(t_2 - t_1) = x(1/u_2 - 1/u_{ci})$  et que la période des oscillations est sensiblement égale à  $4L/a_2$ , la puissance thermique évacuée par convection forcée à l'intérieur du tube rapportée à  $P_2$  s'écrit:

$$\frac{P_{\text{cf}}}{P_2} = \frac{2h_2}{p_2 u_2} \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{L_p}{L}\right)^2 \left(\frac{1}{M_2} - \frac{a_2}{u_{\text{ci}}}\right)$$
$$\times \int_0^1 \left[T_r - T_p(x)\right] \eta \, \mathrm{d}\eta \qquad (9)$$

où  $\eta = x/L_p$ . Nous avons montré [24] que la répartition longitudinale de la température de paroi est donnée par:

$$\frac{T_p(x) - T_{\text{tot}_j}}{T_p(L_p) - T_{\text{tot}_j}} = \frac{K\eta^{\frac{4}{3}}}{1 - \eta + K\eta^{\frac{4}{3}}}$$

où

$$K = 0.795 (Pr)^{0.3} (L_p/L)^{\frac{6}{2}} (L/D)^{0.2} \times (1/u_2 - 1/u_{\rm ci})/(1/u_{\rm ci} + 1/u_{\rm cr}).$$
(10)

Il parait raisonnable de faire l'hypothèse que la température en paroi à  $L_p$  est sensiblement égale à la température du gaz chaud puisqu'à partir de cette abscisse, la paroi n'est balayée que par ce gaz. Avec cette hypothèse et en posant  $T_r \cong \theta T_{tot,r}$  il vient:

$$T_r - T_p(x) = T_{tot_j}(\theta - 1) \left[ \frac{1 - \eta}{1 - \eta + K\eta^{\frac{3}{2}}} \right].$$
 (11)

Le coefficient  $h_2$  est donné par la formule empirique connue [25]:

$$h_2 = 0,023 \frac{k_2 (Re_2)^{0.8} (Pr)^{0.4}}{D}.$$
 (12)

Il est démontré dans l'Appendice qu'avec l'aide des relations (11) et (12) l'équation (9) peut être mise sous la forme:

$$\frac{P_{\rm cf}}{P_2} = \phi_{\rm cf}[\gamma, M_2, L/D, Re^*] \left(\frac{\theta - 1}{\theta}\right).$$
(13)

# 5.5 Energie mécanique dégradée à travers les ondes de choc

Au cours d'un cycle, le gaz oscillant dans le tube est parcouru par une onde de choc et sa réflexion, puis par un faisceau d'ondes de détente et sa réflexion. Alors que les ondes de détente sont isentropiques (les effets de frottement à la paroi étant considérés séparément ci-dessous), il n'en est pas de même pour les ondes de choc. Pour calculer l'énergie mécanique ainsi dégradée, il est avantageux de représenter le cycle dans un diagramme température entropie (Fig. 16). L'onde de choc incidente amène le gaz de l'état 1 à l'état 2 et sa réflexion de l'état 2 à l'état 5. S'il n'y avait pas d'évacuation de chaleur, la détente isentropique amènerait le gaz dans l'état 1'. Afin que le cycle soit fermé, il faut évacuer une quantité de chaleur pour faire passer la gaz de l'état 5 à l'état 5', par exemple.

Soit Q<sub>irr</sub> l'énergie mécanique dégradée par



FIG. 16. Ondes de choc incidente et réfléchie dans le diagramme température-entropie.

l'irréversibilité des ondes de choc à chaque cycle :

$$Q_{\rm irr} = mC_p \Delta T_g$$

où  $\Delta T_5 = (T_5 - T_5)$ . En notant que la fréquence des oscillations est sensiblement égale à  $a_2/4L$ , la puissance mécanique dégradée par l'irréversibilité des ondes de choc rapportée à  $P_2$  s'écrit:

$$\frac{P_{\rm irr}}{P_2} = \frac{\gamma}{4(\gamma - 1)} \frac{(p_1/p_2) (\Delta T_5/T_1)}{M_2} = \phi_{\rm irr}[\gamma, M_2]$$
(14)

car  $(p_1/p_2)$  et  $(\Delta T_5/T_1)$  sont des fonctions de  $M_2$ .

# 5.6 Energie mécanique dégradée par frottement

Considérons le diagramme d'ondes simplifié (Fig. 2) et plaçons-nous à l'abscisse x du tube. Soient  $C_{f_2}$  le coefficient de frottement et  $u_2$  la vitesse moyenne du gaz dans la section considérée. Pendant le temps  $(t_2 - t_1)$ , l'énergie dégradée par frottement sur un élément de paroi de longueur dx s'écrit:

$$\frac{C_{f_2}}{2}\rho_2 u_2^3 \frac{S}{D}(t_2 - t_1) \,\mathrm{d}x$$

Si nous supposons que l'énergie dégradée

pendant le temps  $(t_4 - t_3)$  lors de la détente est sensiblement égale à celle dégradée pendant le temps  $(t_2 - t_1)$ , l'énergie totale d $Q_{f_r}$  dégradée par frottement sur un élément de paroi de longueur dx est alors:

$$dQ_{fr} = C_{f_2} \rho_2 u_2^3 \frac{S}{D} (t_2 - t_1) \, \mathrm{d}x.$$

En intégrant sur la longueur du tube et en divisant par la période  $4L/a_2$  la puissance totale dégradée par trottement rapportée à  $P_2$  s'écrit:

$$\frac{P_{fr}}{P_2} = \frac{\gamma}{4LD} C_{f_2} M_2^2 a_2 \int_0^L (t_2 - t_1) \,\mathrm{d}x.$$
(15)

Le temps  $(t_2 - t_1)$  est fonction de x et des vitesses  $u_{ci}$ ,  $u_{cr}$  et  $u_2$ :

Pour  $0 \leq x \leq L_p$ 

$$(t_2 - t_1) = x \left( \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_{ci}} \right)$$
 (16a)

Pour  $L_n \leq x \leq L$ 

$$(t_2 - t_1) = (L - x) \left( \frac{1}{u_{ci}} + \frac{1}{u_{cr}} \right).$$
 (16b)

Pour le coefficient de frottement  $C_{f_2}$ , nous faisons la même hypothèse que celle faite précédemment pour le coefficient de transfert de chaleur, à savoir que le coefficient est sensiblement égal à celui d'un écoulement stationnaire entièrement développé. Nous écrivons donc:

$$C_{f_2} = 0.316 R e_2^{-0.25} \tag{17}$$

En introduisant les relations (16a), (16b) et (17) dans l'équation (15), la puissance dégradée par frottement peut être mise sous la forme (voir Appendice):

$$\frac{P_{\rm fr}}{P_2} = \phi_{\rm fr}[\gamma, M_2, L/D, Re^*]. \tag{18}$$

# 5.7 Bilan thermique

Ainsi que nous l'avons écrit plus haut, l'énergie mécanique dégradée par le frottement sur les parois du tube et l'irréversibilité des ondes de choc provoquent l'échauffement du gaz contenu dans le tube. Cet échauffement est limité principalement par l'évacuation de chaleur par échange de masse et par convection forcée sur les parois internes du tube. Ainsi l'équilibre thermique est atteint lorsque:

$$P_{\rm m} + P_{\rm c.f.} = P_{\rm irr} + P_{\rm fr}.$$
 (19)

En utilisant les équations (6), (13), (14) et (18), ce bilan thermique prend la forme:

$$(\phi_{\rm m} + \phi_{\rm c.f.}) \left(\frac{\theta - 1}{\theta}\right) = \phi_{\rm irr} + \phi_{\rm fr}$$

Ainsi, la température moyenne du gaz chaud lorsque l'équilibre thermique est atteint est donnée par:

$$\theta = \left[1 - \frac{\phi_{\rm irr} + \phi_{\rm fr}}{\phi_{\rm m} + \phi_{\rm c,f}}\right]^{-1}.$$
 (20)

Les fonctions  $\phi_{irr}$ ,  $\phi_{fr}$ ,  $\phi_m$  et  $\phi_{c.f.}$  sont représentées dans les Figs. 17 et 18 pour l'air et



FIG. 17. Fonctions  $\phi(M_2)$  pour l'air (L/D = 33).

l'Hélium. On voit que  $\phi_{irr}$  et  $\phi_{fr}$  sont des fonctions croissantes alors que  $\phi_m$  et  $\phi_{c.f.}$  sont des fonctions décroissantes de  $M_2$ . Il peut être aisément vérifié que lorsque  $M_2$  approche une valeur limite  $M_{2 lim}$  le quotient  $(\phi_{irr} + \phi_{fr})/(\phi_m + \phi_{c.f.})$  approche de l'unité. Ainsi, d'après



FIG. 18. Fonctions  $\phi(M_2)$  pour l'Hélium (L/D = 33).

l'équation (20),  $\theta$  pourrait devenir infini. Mais il est une autre relation dont il faut tenir compte.

En effet, lorsque le cycle limite est atteint [3], la vitesse  $u_2$  est déterminée uniquement par la vitesse du jet et n'est donc pas influencée par l'élévation de température du gaz oscillant dans le tube. Par contre,  $a_2$  est fonction croissante de  $T_{tot_2}$  et il s'en suit que  $M_2$  est fonction décroissante de  $\theta$ . Pour  $(S_i/S)$  et  $M_i$  donnés, la relation entre  $\theta$  et  $M_2$  s'écrit [20]:

$$\theta = \left(\frac{S_j}{S}\right)^2 \left(\frac{M_j}{M_2}\right)^2 \times \frac{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_2^2\right) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_j^2\right)}{\left(1 + \frac{S_j\gamma - 1}{S}M_j^2\right)^2}.$$
 (21)

La courbe  $\theta(M_2)$  représentant l'équation (20) et la courbe  $\theta(M_2, M_j)$  représentant l'équation (21), sont portées dans la Fig. 19. Le point d'intersection de la courbe  $\theta(M_2)$  avec la courbe  $\theta(M_2, M_j)$  correspond au point de fonctionnement à l'équilibre thermique pour un  $M_j$  donné. On voit que la valeur de  $M_2$  à l'équilibre est fonction croissante de  $M_j$  mais reste toujours infèrieure à  $M_{2 \lim}$ .  $\theta$  est donc fonction croissante



FIG. 19. Résolution graphique du bilan thermique.

de  $M_j$  mais ne tend vers l'infini que lorsque  $M_j$  tend vers l'infini.

#### 6. CONFRONTATION DES RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX

Les expériences préliminaires (chapitre 4) avaient pour but de déterminer quels étaient les paramètres et mécanismes jouant un rôle important dans les effets thermiques observés sur les tubes H.S. Elles ont permis de faire des hypothèses simplificatrices et d'établir un bilan thermique pour le gaz chaud.

Les expériences décrites ci-dessous étaient destinées à vérifier si la température d'équilibre thermique mesurée est en bon accord avec la valeur théorique donnée par le bilan. Nous avons utilisé le tube n° 2 pour ces essais afin de limiter la consommation d'Hélium et d'Argon.

Le bilan thermique a été établi pour le cas où



FIG. 20. Confrontation des valeurs théoriques et expérimentales de  $\theta$  (tube n° 2).

le tube est essentiellement adiabatique. Or, pour les tubes de petites dimensions, la convection naturelle et le rayonnement jouent un rôle non négligeable lorsque la température de paroi s'élève au-dessus d'un certain niveau. Aussi avons-nous toujours fait le vide dans l'enceinte entourant le tube, mais il aurait été également souhaitable de pouvoir disposer un écranréflecteur autour du tube pour réduire les pertes par rayonnement. Le tube utilisé était de platine et l'épaisseur de sa paroi n'était que de 1/10 mm afin de réduire les pertes par conduction longitudinale.

L'analyse théorique montre que la température d'équilibre  $\theta$  dépend de la géométrie (L/D), de la nature du gaz ( $\gamma$ ,  $Re^*$ ) et du nombre de Mach  $M_j$ . Pour chaque expérience, nous pouvons calculer  $\theta$  à l'aide des équations (20) et (21). A cette valeur de  $\theta$  correspond un  $M_2$  et par conséquent une profondeur de pénétration  $L_p$ (Fig. 15).

Les mesures de température effectuées à l'aide de thermocouples permettent de tracer la distribution de température en fonction de l'abscisse. Or nous avons vu (paragraphe 5.4) que la température de paroi à  $L_p$  doit être sensiblement égale à la température du gaz chaud. Nous sommes donc à même de confronter la température de paroi mesurée à la profondeur  $L_p$  calculée ci-dessus avec la température  $\theta$  donnée par le bilan thermique. Cette confrontation est montrée dans la Fig. 20 pour l'air et l'Hélium.

La théorie et l'expérience montrent que les effets thermiques sont beaucoup plus importants dans les gaz monoatomiques que dans les gaz diatomiques. Les valeurs théoriques et expérimentales de  $\theta$  sont en bon accord pour  $\theta < 2$ . Pour  $\theta > 2$ , l'influence des pertes de chaleur par rayonnement est non négligeable et les valeurs expérimentales de  $\theta$  sont inférieures aux valeurs théoriques.

#### 7. CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons analysé les

divers mécanismes de dégradation d'énergie mécanique et d'évacuation de chaleur intervenant dans un tube de Hartmann-Sprenger. Il a été démontré que le frottement sur les parois et l'irréversibilité des ondes de choc sont d'une importance comparable dans la dégradation d'énergie mécanique en énergie calorifique. La convection naturelle et le rayonnement autour de la paroi externe du tube ainsi que la conduction thermique le long de la paroi ne jouent un rôle non négligeable que sur les températures observées en fond de tube, surtout pour les tubes de petites dimensions.

La convection forcée à l'intérieur du tube est importante, mais c'est principalement l'échange de masse entre le gaz froid du jet et le gaz chaud oscillant dans le tube qui limite l'élévation de température observée dans les tubes H.S.

La température d'équilibre du gaz chaud peut être calculée à l'aide d'un bilan thermique et les résultats théoriques ainsi obtenus sont en bon accord avec les valeurs expérimentales. Il a été démontré que les effets thermiques sont beaucoup plus importants dans les gaz monoatomiques que dans les gaz diatomiques. L'existence d'un nombre de Mach limite de l'écoulement du gaz chaud a été mise en évidence.

Les résultats obtenus permettent d'envisager des applications intéressantes du tube H.S. dans la chimie des hautes températures et dans la conversion d'énergie par voie magnétohydrodynamique.

#### REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier M. M. Albertini qui a effectué de nombreuses mesures dont il est fait état dans le présent mémoire.

#### REFERENCES

- 1. J. HARTMANN, On en ny metode til Frembringelse of Lydsvinginger, Dan. Mat. Fys. Medd. 1 (1919).
- H. SPRENGER, Ueber thermische Effekte in Resonanzrohren, Mitteilungen aus dem Institut fuer Aerodynamik, E.T.H. Zurich, n° 21, 18-35 (1954).
- E. BROCHER, C. MARESCA et M. H. BOURNAY, Fluid dynamics of the resonance tube, J. Fluid Mech. 43 (2), 369-384 (1970).

- N. ROTT et H. THOMANN, Finite amplitude and diffusive effects in acoustics: a report on EUROMECH 23, J. Fluid Mech. 49 (2), 391-397 (1971).
- H. SPRENGER, Nouvelles connaissances sur les effets thermiques de l'expansion des gaz, *Journal de la Soudure*, n° 10, 3-15 (1956).
- E. BROCHER et C. MARESCA, Ecoulement pulsé d'un plasma un tube de résonance et application au générateur M.H.D. à ondes de choc, Proceedings of the Fifth International Conference on Magnetohydrodynamic Electrical Power Generation, p. 551-561, Munich (1971).
- E. BROCHER et C. MARESCA, Condition de fonctionnement d'un tube de résonance alimenté par un jet subsonique, C.R. Acad. Sci. 268A, 749-752 (1969).
- E. BROCHER et C. MARESCA, Recherches sur les tubes de résonance excités par un jet subsonique, J. Mécanique 8, 21-39 (1969).
- P. HOWICK et R. HUGHES, Pressure and temperature effects in resonance tubes. S.B. Thesis, Massachusetts Institute of Technology (1958).
- M. SIBULKIN et T. VREBALOVICH, Some experiments with a resonance tube in a supersonic wind tunnel, J. Aero. Sci. 25, 465-466 (1958).
- I. M. HALL et C. J. BERRY, On the heating effect in a resonance tube, J. Aerospace Sci. 26(4), 253 (1959).
- J. WILSON et E. L. RESLER, A mechanism of resonance tubes, J. Aerospace Sci. 26(7), 461-462 (1959).
- A. H. SHAPIRO, Shock waves and dissipation in a resonance tube, J. Aerospace Sci. 26(10), 684–685 (1959).
- A. H. SHAPIRO, On the maximum attainable temperature in resonance tubes, J. Aerospace Sci. 27(1), 66-67 (1960).
- T. VREBALOVICH, Resonance tubes in a supersonic flow field, Jet Propulsion Lab. Calif. Inst. of Tech. Report n° 32.378 (1962).
- M. SIBULKIN, Experimental investigation of energy dissipation in a resonance tube, ZAMP 14, 495–703 (1963).
- A. J. REYNOLDS, On energy separation by aerodynamic processes, J. Aerospace Sci. 28, 244–245 (1961).
- E. BROCHER, C. MARESCA et M. ALBERTINI, Influence de la nature du gaz sur les effets thermiques dans un tube de Hartmann-Sprenger, C.R. Acad. Sci. 273A, 186-189 (1971).
- B. R. PHILLIPS et A. J. PAVLI, Resonance tube ignition of hydrogen-oxygen mixtures, NASA TN D-6354 (1971).
- C. MARESCA, Etude des phénomènes aérodynamiques et thermiques intervenant dans les tubes de résonance. Thèse de Docteur es-Sciences, Université de Provence, Marseille, 21 Mai 1971.
- 21. C. MARESCA et E. BROCHER, Echange de masse dans un tube de Hartmann-Sprenger. En préparation.
- E. BROCHER et C. MARESCA, Mécanisme de échanges thermiques dans un tube de résonance, C.R. Acad. Sci. 271A, 737-740 (1970).
- E. BROCHER, Hot flow length and testing time in real shock tube flow, *Physics Fluids* 7, 347-351 (1964).
- 24. E. BROCHER et C. MARESCA, Calcul approché du transfert de chaleur et de la répartition longitudinale de température à l'entrée d'un tube de Hartmann-Sprenger, C.R. Acad. Sci. 274A, 1425-1428 (1972).

 E. R. G. ECKERT, Heat and Mass Transfer, pp. 209-213. McGraw-Hill, New York (1959).

#### APPENDICE

(1) Pour un nombre de Mach  $M_2$  et un rapport de température pas trop élevés, on peut écrire avec une bonne approximation:

$$Re_{\gamma} \approx (\sqrt{\gamma})M_{\gamma}Re^*$$
.

Le coefficient de transfert de chaleur  $h_2$  (équation 12) peut alors être mis sous la forme:

$$h_2 = 0.023 \frac{\mu_2 C_p}{D} ((\sqrt{\gamma}) M_2 R e^*)^{0.8} P r^{-0.6}$$
(A.1)

En introduisant les équations (A.1) et (11) dans l'équation (9) il vient:

$$\frac{P_{\rm cf}}{P_2} = \phi_{\rm cf}[\gamma, M_2, L/D, Re^*] \left(\frac{\theta - 1}{\theta}\right) \tag{A.2}$$

où

$$\phi_{\rm ef} = 0,046 \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right) ((\sqrt{\gamma}) M_2 R e^*)^{-0.2} P r^{-0.6} \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{L_p}{L}\right)$$
$$\times \left(\frac{1}{M_2} - \frac{a_2}{u_{\rm ei}}\right) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2\right) I(K) \qquad (A.3)$$

et

$$I(K) = \int_{0}^{1} \left[ \frac{(1-\eta)\eta}{1-\eta+K\eta^*} \right] d\eta.$$
 (A.4)

La fonction I(K) est présentée dans la Fig. 21.



FIG. 21. Intégrale I(K).

(2) Le coefficient de frottement  $C_{f_2}$  (équation (17)) peut être où écrit:

$$C_{f_2} = 0.316 \left( (\sqrt{\gamma}) M_2 R e^* \right)^{-0.25}.$$

En introduisant les relations (16a) et (16b) dans l'intégrale figurant dans l'équation (15) on obtient:

$$\frac{P_{\rm fr}}{P_2} = 0.079 \gamma ((\sqrt{\gamma}) M_2 R e^*)^{-0.25} \left(\frac{L}{D}\right) M_2^2 I(M_2) \quad (A.5)$$

où

$$I(M_{2}) = \left(\frac{1}{M_{2}} - \frac{a_{2}}{u_{ei}}\right) \int_{0}^{L_{p}/L} \left(\frac{x}{L}\right) d\left(\frac{x}{L}\right) + \left(\frac{a_{2}}{u_{ei}} + \frac{a_{2}}{u_{er}}\right) \\ \times \int_{L_{p}/L}^{1} \left(1 - \frac{x}{L}\right) d\left(\frac{x}{L}\right) \\ = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{1}{M_{2}} - \frac{a_{2}}{u_{ei}}\right) \left(\frac{L_{p}}{L}\right)^{2} + \left(\frac{a_{2}}{u_{ei}} + \frac{a_{2}}{u_{er}}\right) \\ \times \left(1 - \frac{L_{p}}{L}\right)^{2} \right].$$
(A.6)

La fonction  $I(M_2)$  est présentée dans la Fig. 22. Les valeurs de  $I(M_2)$  ont été calculées pour  $\gamma = \frac{7}{5}$  et  $\gamma = \frac{5}{3}$ , mais la différence entre les 2 valeurs est insignifiante et une courbe unique peut être tracée.

L'énergie dégradée par frottement peut alors être écrite:

$$\frac{P_{fr}}{P_2} = \phi_{fr}[\gamma, M_2, L/D, Re^*]$$
(A.7)

$$\phi_{\rm fr} = 0.079\gamma \left( (\sqrt{\gamma}) M_2 R e^* \right)^{-0.25} \left( \frac{L}{D} \right) M_2^2 I(M_2). \quad (A.8)$$



FIG. 22. Fonction  $I(M_2)$ .

#### STUDIES OF THERMAL PHENOMENA IN A HARTMANN-SPRENGER TUBE

Abstract—By directing a jet towards the entrance of a tube closed at the other end, strong flow oscillations may be obtained within the tube. The mechanical energy dissipated by friction on the tube walls as well as by the irreversibility of the shock waves travelling up and down the tube, produces an important temperature increase of the oscillating gas and of the tube walls. The device is called "Hartmann-Sprenger tube".

The various removal mechanisms of the heat so produced are investigated. It is shown that the most important mechanism is a mass exchange between the gas of the jet (cold gas) and that oscillating within the tube (hot gas). This mass exchange occurs through the boundary layer thickness at the contact front separating the two gases.

The tube wall being alternatively exposed to the hot and the cold gases, heat transfer by forced convection occurs in the tube much as in a regenerative heat exchanger. A heat transfer balance is established and allows one to compute the equilibrium gas temperature. This temperature is markedly higher for monoatomic gases than for diatomic gases. The theoretical values of the equilibrium temperature are in good agreement with the experimental ones. The existence of a limiting Mach number of the hot gas flow is found.

#### UNTERSUCHUNG THERMISCHER PHÄNOMENE IM HARTMANN-SPRENGER ROHR

Zusammenfassungen—Richtet man einen Strahl auf das offene Ende eines sonst geschlossenen Rohres, so können starke Strömungsschwankungen im Rohr auftreten. Durch die Reibung an den Rohrwänden und die Irreversibilität der Stosswellen, die im Rohr auf- und abwandern, ergibt sich eine beachtliche Temperaturerhöhung des oszillierenden Gases und der Rohrwände. Diese Vorrichtung heisst "Hartmann-Sprenger Rohr". Es werden die verschiedenen Möglichkeiten der Wärmeabfuhr untersucht. Die wichtigste ist der Stoffaustausch zwischen dem Gas des Strahls (kaltes Gas) und dem oszillierenden Gas im Rohr (heisses Gas). Dieser Stoffaustausch geschieht durch die Grenzschicht an der Berührungsfront zwischen den beiden Gasen.

Entlang der Rohrwand, die abwechselnd von heissem und kaltem Gas bespült wird, erfolgt der Wärmeübergang durch Zwangskonvektion, ähnlich wie in einem regenerativen Wärmeübertrager. Eine aufgestellte Wärmebilanz erlaubt die Berechnung der Gleichgewichtstemperatur. Diese Temperatur ist für ein-atomige Gase deutlich höher als für zwei-atomige. Die theoretischen Werte der Gleichgewichtstemperatur stimmen gut mit den experimentellen überein. Für den heissen Gasstrom wurde ein Grenzwert der Mach-Zahl gefunden.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕНЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ТРУБЕ ХАРТМАНА-СПРИНГЕРА

Аннотация— Направляя струю в открытую с одного конца трубу, можно вызвать сильные колебания потока в трубе. Механическая энергия, рассеиваемая благодаря трению на степках трубы, а также за счет необратимости ударных волн, перемещаюцихся вверх и вниз по трубе, вызывает значительное повышение температуры осциллирующего газа и степок трубы. Устройство называется «трубой Хартмана-Спрингера».

Исследуются различные механизмы теплоотвода. Показано, что напболее важным является массообмен между газом струп (холодный газ) и газом, осциллирующим по трубе, (горячий газ). Этот массообмен проходит через пограничный слой на поверхности контакта, разделяющей эти два газа.

Так как стенка трубы поочередно обдувается то горячим, то холодным газом, неренос тепла при вынужденной конвекции в трубе во многом подобен процессу в регенеративном теплообменнике. Установлен баланс теплообмена, что позволяет рассчитать равновесную температуру газа. Эта температура у одноатомных газов заметно выше, чем у двухатомных. Теоретические значения равновесной температуры хорощо согласуются с экспериментальными данными. Найдено, что существует предельное число Маха для потока горячего газа.